

1. Un filo conduttore, rettilineo e infinito, di diametro  $D = 100 \mu\text{m}$ , e' coassiale ad un tubo conduttore cilindrico infinito, connesso a terra, avente raggio interno  $R = 15 \text{ mm}$ . Al filo viene applicata una d.d.p.  $V$  rispetto a terra.

(a) Calcolare il valore ed il segno di  $V$  tale che il modulo del campo elettrico non superi il valore  $E^* = 1 \text{ kV/mm}$ , e sia diretto dal tubo verso il filo.

(b) Tracciare il grafico del modulo del campo elettrico in funzione della distanza  $r$  dall'asse geometrico del sistema, per  $0 < r < \infty$ .

(c) Calcolare l'energia elettrostatica per unita' di lunghezza del sistema.

(Punteggio 10/30)

2. Due fili percorsi da correnti stazionarie, di uguali intensita'  $I = 120 \text{ A}$ , sono disposti secondo gli assi  $x$  ed  $y$  ed i versi delle correnti sono diretti come gli assi.

Una piccola spira circolare, di raggio  $a = 6 \text{ mm}$  e resistenza elettrica  $R = 0,2 \Omega$ , giacente sul piano  $(x,y)$ , si muove con velocita'  $v = 15 \text{ cm/s}$  diretta secondo l'asse  $x$ .

Inizialmente la spira si trova nel punto  $(d,d)$ , con  $d = 25 \text{ cm}$ . Si noti che  $a \ll d$ .

(a) Determinare l'espressione della corrente circolante nella spira, specificandone il verso di circolazione.

(b) Calcolare il lavoro necessario per spostare la spira dal punto iniziale  $(d,d)$  al punto  $(D,d)$ , con  $D = 75 \text{ cm}$ .

(Punteggio 12/30)

3. Su una fenditura sottile di larghezza  $d = 70 \mu\text{m}$  incide ortogonalmente un'onda piana, contenente due lunghezze d'onda  $\lambda$  e  $\lambda'$ . Le frange di diffrazione sono osservate su uno schermo situato nel fuoco di una lente convergente.

Il primo minimo della componente  $\lambda$  e' osservato ad un angolo  $\theta = 8,6 \text{ mrad}$ . Inoltre il terzo minimo coincide con il quarto minimo della componente  $\lambda'$ .

Trovare le due lunghezze d'onda.

(Punteggio 8/30)

$$1. (a) V = - \int_{R}^{D/2} \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2R}{D}\right)$$

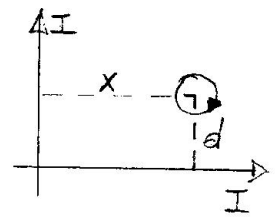
$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} = \frac{V}{r \ln\left(\frac{2R}{D}\right)} ; E_{max} = E(D/2) = E^*$$

$$V = E^* \frac{D}{2} \ln\left(\frac{2R}{D}\right) = 285 \text{ V}$$

$$(b) U = \int_V \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 dV ; \frac{U}{l} = \int_{D/2}^R \frac{\epsilon_0}{2} \frac{V^2}{\ln^2\left(\frac{2R}{D}\right)} \frac{2\pi r dr}{r^2} = \frac{\pi\epsilon_0 V^2}{\ln\left(\frac{2R}{D}\right)} ;$$

$$\text{oppure } U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{V^2}{2} \cdot \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{2R}{D}\right)} = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ J/m.}$$

$$2. (a) \Phi(B_0) \approx \pi a^2 \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi x} - \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \right) \quad \text{con } x = vt + d$$



$$\frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d\Phi}{dt} = -(\pi a^2) \frac{d}{dt} \left( \frac{\mu_0 I}{2\pi vt + d} \right) = \frac{\mu_0 a^2 I v}{2 (vt + d)^2}$$

$$i_1 = \frac{d\Phi}{R} = \frac{\mu_0 a^2 I v}{2R (vt + d)^2}, \quad \text{in senso orario.}$$

$$(b) W = \int_{t_1}^{t_2} P dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{\mu_0^2 a^4 I^2 v^2}{4R^2 (vt + d)^4} dt = \frac{\mu_0^2 a^4 I^2 v^2}{4R} \int_d^D \frac{dx}{x^4} =$$

$$= \frac{\mu_0^2 a^4 I^2 v^2}{4R} \left[ -\frac{1}{3v} \cdot \frac{1}{x^3} \right]_d^D = \frac{\mu_0^2 a^4 I^2 v}{12R} \left( \frac{1}{d^3} - \frac{1}{D^3} \right) = 4,1 \cdot 10^{-16} \text{ J.}$$

$$3. \quad \vartheta = \frac{\lambda}{d} ; \quad \vartheta_3 = 3 \frac{\lambda}{d} ; \quad \vartheta_4 = 4 \frac{\lambda}{d}$$

$$\lambda = \vartheta d = 0,602 \mu\text{m} ; \quad \lambda' = \frac{3}{4} \lambda = 0,451 \mu\text{m.}$$